www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۲/ ۱۰ / ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با ذکر دلیل ، درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید : الف) توان سوم هر عدد حقیقی از توان دوم همان عدد بزرگتر است. ب) حاصلضرب هر دو عدد گویا همیشه عددی گویا است. ج) اگر $xy=0$ آنگاه $x=0$ و $y=0$.	۲
۲	با استدلال استقراء ریاضی برای هر عدد طبیعی n، درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $\frac{2}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^n}=1-\frac{1}{3^n}$	۱
۳	با استدلال برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{7}$ عدد گنگ و x عدد گویا است آنگاه $x+\sqrt{7}$ عددی گنگ است.	۰/۷۵
٤	۱۰ نقطه را درون مربعی به ضلع واحد انتخاب می کنیم ، ثابت کنید فاصله حداقل دو نقطه از آن ها کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.	۱
۵	اگر x و y دو عدد حقیقی و مثبت باشند ، ثابت کنید رابطه زیر برقرار است. $xy\le\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$	۰/۷۵
٦	ثابت کنید مجموعه تهی زیر مجموعه تمامی مجموعه ها است.	۰/۵
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، درستی رابطه زیر را ثابت کنید . $(A\Delta B)\cup(A\cap B)=A\cup B$	۱/۵
۸	اگر $A_i=[-i\,,4-i]$ مطلوبست محاسبه : الف) $\bigcap_{i=1}^{4}A_i$ و ب) $\bigcup_{i=1}^{4}A_i$	۰/۵
۹	اعضای دو مجموعه A , B را مشخص کرده و سپس اعضای $A\times B$ را محاسبه کنید. $A=\{x\in N \mid x^2\le 15\}$ و $B=\{3^k \mid |k|\le 1\ ,\ k\in Z\}$	۱/۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۲/ ۱۰ / ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir	

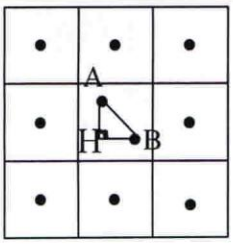
ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	رابطه ی R در R^2 به صورت زیر تعریف شده است : $(x,y)R(z,t) \Leftrightarrow x^2+5y=z^2+5t$ الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1,2)]$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۱	اگر A, B, C ، سه پیشامد از فضای نمونه S باشند ، برای قسمت های الف و ب ابتدا یک عبارت مجموعه ای نوشته و سپس نمودار ون هر یک را رسم کنید. الف) فقط پیشامد B رخ دهد. ب) هر سه پیشامد با هم رخ دهند.	۱
۱۲	تاس و سکه سالمی را با هم پرتاب می کنیم ، مطلوبست : الف) پیشامد A آن که سکه رو یا تاس ٤ باشد. ب) پیشامد B آن که سکه رو و تاس ٤ باشد.	۱
۱۳	در فضای نمونه ای $S=\{a,b\}$ اگر $\frac{p(a)}{p(b)}=\frac{1}{7}$ مطلوبست محاسبه : $A=3p(a)+\frac{1}{2}p(b)$	۱/۵
۱٤	٤ نفر را به تصادف انتخاب می کنیم ، مطلوبست محاسبه احتمال آن که روز تولد هیچ دو نفری از آن ها در یک روز هفته نباشد.	۱/۵
۱۵	در خانواده های ۵ فرزندی ، مطلوبست محاسبه احتمال آن که ۲ فرزند پسر داشته باشند.	۱
۱٦	یک نقطه بطور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۳ انتخاب می کنیم ، مطلوبست احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر رأس بیشتر از ۱ باشد.	۱/۵
۱۷	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند ، ثابت کنید رابطه زیر برقرار است : $P(A'\cap B')=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۲/ ۱۰ / ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود ، مثل $x=1$ (۰/۲۵)	۲
	ب) درست (۰/۲۵) و آن را اثبات می کنیم : فرض $x=\frac{a}{b}\in Q \ , \ y=\frac{c}{d}\in Q$ حکم $xy=\frac{p}{q}\in Q$ (۰/۲۵)	
	$xy=\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}=\frac{p}{q}$ (۰/۲۵)	
	چون a,b,c,d همگی عدد صحیح هستند و اعداد صحیح نسبت به جمع و ضرب و تفریق بسته هستند پس	
	q,p هم عدد صحیح بوده و همچنین $b\neq 0$ و $d\neq 0$ پس $bd=q\neq 0$ پس $\frac{p}{q}\in Q$ (۰/۲۵)	
	ج) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود ، مثل $x=4 \ , \ y=0 \Rightarrow xy=0$ (۰/۲۵)	
۲	$p(1)=\frac{2}{3}=1-\frac{1}{3}\Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{2}{3}$ (۰/۲۵)	۱
	$p(k)=\frac{2}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^k}=1-\frac{1}{3^k}$ (۰/۲۵) فرض استقراء	
	$p(k+1)=\frac{2}{3^1}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^k}+\frac{2}{3^{k+1}}=1-\frac{1}{3^{k+1}}$ (۰/۲۵) حکم استقراء	
	$p(k+1)=1-\frac{1}{3^k}+\frac{2}{3^{k+1}}=1+\frac{-3+2}{3^{k+1}}=1-\frac{1}{3^{k+1}}$ (۰/۲۵)	
۳	فرض $\sqrt{7}\in Q' \ , \ x\in Q$ حکم $x+\sqrt{7}\in Q'$ (۰/۲۵)	۰/۷۵
	خلاف حکم $x+\sqrt{7}=\frac{a}{b}\in Q \Rightarrow \sqrt{7}=\frac{a}{b}-x \Rightarrow$ (۰/۲۵)	
	تفریق دو گویا ، گویا است و مساوی گنگ نمی شود پس به تناقض رسیده یعنی حکم برقرار است. (۰/۲۵)	
٤	بر طبق اصل لانه کبوتر ، ۱۰ نقطه = تعدا کبوترها و ۹ مربع = تعداد لانه ها	۱
	۹ < ۱۰ پس حداقل ۲ نقطه درون یک مربع قرار دارند. (۰/۲۵)	
	 (۰/۲۵)	
	$AB^2=AH^2+BH^2<\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}\rightarrow AB<\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۲/ ۱۰ / ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

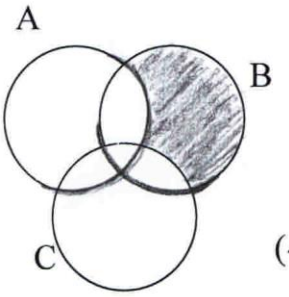
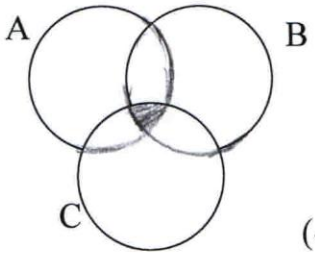
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	$xy \le \frac{x^2+2xy+y^2}{4} \Leftrightarrow (x-y)^2 \ge 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی درست است. (۰/۲۵)	۰/۷۵
۶	مجموعه دلخواه را A در نظر بگیریم به برهان خلف $\phi \subset A$ (۰/۲۵) پس باید ϕ عضوی داشته باشد که در A نیست و این تناقض با تعریف تهی را دارد. (۰/۲۵)	۰/۵
۷	$(A-B)\cup(B-A)\cup(A\cap B) = (A-B)\cup(A\cap B)\cup(B-A)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $= (A\cap B')\cup(A\cap B)\cup(B-A) = \underbrace{A\cap(B'\cup B)}_{A\cap U}\cup(B-A) =$ (۰/۲۵) $A\cup(B\cap A') = (A\cup B)\cap(A\cup A') = A\cup B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
۸	(الف $\bigcap_{i=1}^{4} A_i = [-1,0]$ (۰/۲۵) (ب $\bigcup_{i=1}^{4} A_i = [-4,3]$ (۰/۲۵)	۰/۵
۹	$A = \{1,2,3\}$ (۰/۲۵) , $B = \left\{\frac{1}{3}, 1, 3\right\}$ (۰/۵) $B\times A = \left\{(\frac{1}{3},1),(\frac{1}{3},2),(\frac{1}{3},3),(1,1),(1,2),(1,3),(3,1),(3,2),(3,3)\right\}$ (۰/۷۵)	۱/۵
۱۰	(الف ۱) $(x,y)R(x,y) \Rightarrow x^2+5y = x^2+5y$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی ۲) $(x,y)R(z,t) \Rightarrow (z,t)R(x,y)$ $(x,y)R(z,t) \Rightarrow x^2+5y = z^2+5t \Rightarrow z^2+5t = x^2+5y \Rightarrow (z,t)R(x,y)$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی ۳) $(x,y)R(z,t), (z,t)R(e,f) \Rightarrow (x,y)R(e,f)$ $\left.\begin{array}{l}(x,y)R(z,t) \Rightarrow x^2+5y = z^2+5t \\ (z,t)R(e,f) \Rightarrow z^2+5t = e^2+5f\end{array}\right\} \Rightarrow x^2+5y = e^2+5f \Rightarrow (x,y)R(e,f)$ (۰/۵) رابطه تعدی (ب $[(-1,2)] = \{(x,y) \mid (x,y)R(-1,2)\}$ (۰/۲۵) $x^2+5y = (-1)^2+5\times 2$ $x^2+5y = 11$ $x^2+5y-11 = 0$ (۰/۲۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۲/ ۱۰ / ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال ۱۳۸۹	مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee medu ir	

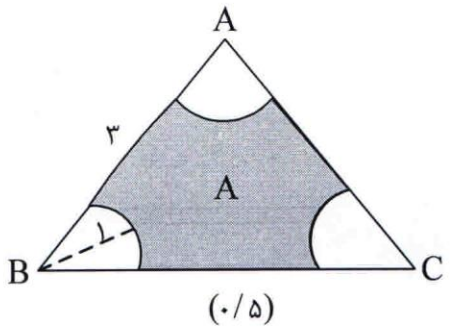
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	الف) $B-(A\cup C)$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵) ب) $A\cap B\cap C$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵)	۱
۱۲	$A=\{(ر,۱),(ر,۲),(ر,۳),(ر,۴),(ر,۵),(ر,۶),(پ,۴)\}$ (۰/۷۵) $B=\{(ر,۴)\}$ (۰/۲۵)	۱
۱۳	$p(a)=\frac{۱}{۷}p(b)$ (۰/۲۵) , $p(a)+p(b)=۱$ (۰/۵) $\Rightarrow \frac{۱}{۷}p(b)+p(b)=۱ \Rightarrow$ $p(b)=\frac{۷}{۸}$ (۰/۲۵) و $p(a)=\frac{۱}{۸}$ (۰/۲۵) $A=۳p(a)+\frac{۱}{۲}p(b)=\frac{۳}{۸}+\frac{۷}{۱۶}=\frac{۱۳}{۱۶}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۴	$P(A)=\frac{۷\times۶\times۵\times۴}{۷^۴}$ صورت کسر هر قسمت (۰/۲۵ نمره) و مخرج کسر (۰/۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی چهارم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۲/ ۱۰ / ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه** سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	صورت کسر (۰/۵ نمره) و مخرج کسر (۰/۵) $P(A)=\frac{\binom{۵}{۲}}{۲^{۵}}$	۱
۱۶	$P(A)=\frac{a(A)}{a(S)}=\frac{\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}-\frac{\pi}{۲}}{\frac{۹\sqrt{۳}}{۴}}=۱-\frac{۲\pi}{۹\sqrt{۳}}$ (۰/۵) (۰/۵)  (۰/۵)	۱/۵
۱۷	$P(A'\cap B')=p(A\cup B)'=۱-p(A\cup B)=$ (۰/۵) (۰/۵) $۱-[p(A)+p(B)-p(A\cap B)]=۱-p(A)-p(B)+p(A\cap B)$ (۰/۵)	۱/۵
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com